Semaine 11 - du 7 au 11 décembre

Espaces vectoriels normés (Fin)

Espaces vectoriels normés

Reprise du programme précédent

Suites

Convergence.
Unicité de la limite.
La suite (u_n) converge vers ℓ ssi $(||u_n\ell||)$ tend vers 0.
Cas de la norme produit.
Toute suite convergente est bornée.
Limite d'une somme, compatibilité à la multiplication externe.
Compatibilité de la limite au produit dans le cas d'une algèbre $\mathscr{A}$ muni d'une norme $||.||$ tel qu'il existe une constante C vérifiant : $\forall x, y \in \mathscr{A}^2, ||x \times y|| \leqslant C||x||.||y||$

Applications lipschitziennes

Définition d'une application lipschitzienne
Si (u_n) tend vers ℓ et que f est lipschitzienne, la suite $(f(u_n))$ tend vers $f(\ell)$
Si f est linéaire, elle est lipschitzienne si et seulement s'il existe k tel que $\forall x \in E, ||f(x)|| \leqslant k||x||$.

On a admis qu'en dimension finie toutes les normes sont équivalentes et que toutes les applications linéaires sont lipschitziennes.

La notion de norme subordonnée n'est plus au programme ; on a cependant traité des exemples où on l'on cherche la meilleure constante k telle que $||f(x)|| \leqslant k||x||$