Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... □0 □1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... □0 □1 □2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... □0 □1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... □0 □1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... □0 □1 □2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... □0 □1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... □0 □1

rappel des autres hypothèses .... □0 □1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... □0 □1

justification .... □0 □1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... □0 □1 □2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... □0 □1 □2 □3

10)c) Justification cdv .... □0 □1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... □0 □1

10)d) $I = 4J$ .... □0 □1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... □0 □1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... □0 □1

$g \to_0 0$ .... □0 □1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... □0 □1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... □0 □1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... □0 □1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... □0 □1 □2

justification des intégrabilités .... □0 □1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... □0 □1 □2

13)b) $\sin \in E_1$ .... □0 □1 □2

$\sin \notin E_2$ .... □0 □1 □2 □3

.... □0 □1

.... □0 □1

.... □0 □1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ 0 1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ 0 1 2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ 0 1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm 0 1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ 0 1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ 0 1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ 0 1 2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge 0 1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ 0 1

rappel des autres hypothèses 0 1

9)d) $J = \pi^2/8$ 0 1

justification 0 1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ 0 1 2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ 0 1 2 3

10)c) Justification cdv 0 1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ 0 1

10)d) $I = 4J$ 0 1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ 0 1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ 0 1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ 0 1

$g \to_0 0$ 0 1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ 0 1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ 0 1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ 0 1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ 0 1 2

justification des intégrabilités 0 1

12)a) $E_2 \subset E_1$ 0 1 2

13)b) $\sin \in E_1$ 0 1 2

$\sin \notin E_2$ 0 1 2 3

.... 0 1

.... 0 1

.... 0 1

Nom :

DS 2

Soin) .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ $\square$0 $\square$1 $\square$2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... $\square$0 $\square$1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... $\square$0 $\square$1

et $1/\ln$ positive .... $\square$0 $\square$1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... $\square$0 $\square$1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... $\square$0 $\square$1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... $\square$0 $\square$1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... $\square$0 $\square$1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... $\square$0 $\square$1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... $\square$0 $\square$1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... $\square$0 $\square$1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... $\square$0 $\square$1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. $\square$0 $\square$1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... $\square$0 $\square$1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... $\square$0 $\square$1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... $\square$0 $\square$1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... $\square$0 $\square$1

intégrabilité du majorant .... $\square$0 $\square$1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... $\square$0 $\square$1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... $\square$0 $\square$1

pas simplifiée .... $\square$0 $\square$-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... $\square$0 $\square$1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... $\square$0 $\square$1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... $\square$0 $\square$-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... $\square$0 $\square$1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... $\square$0 $\square$1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... $\square$0 $\square$1

5)b) TFA .... $\square$0 $\square$1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... $\square$0 $\square$1

$C = 0$ .... $\square$0 $\square$1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... $\square$0 $\square$1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... $\square$0 $\square$1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... $\square$0 $\square$1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... $\square$0 $\square$1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... $\square$0 $\square$1

et car $f(0) = 0$ .... $\square$0 $\square$1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... $\square$0 $\square$1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... $\square$0 $\square$1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... $\square$0 $\square$1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... $\square$0 $\square$1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... $\square$0 $\square$1

rappel des autres hypothèses .... $\square$0 $\square$1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... $\square$0 $\square$1

justification .... $\square$0 $\square$1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

10)c) Justification cdv .... $\square$0 $\square$1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh}u}$ .... $\square$0 $\square$1

10)d) $I = 4J$ .... $\square$0 $\square$1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... $\square$0 $\square$1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... $\square$0 $\square$1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... $\square$0 $\square$1

$g \to_0 0$ .... $\square$0 $\square$1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... $\square$0 $\square$1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... $\square$0 $\square$1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... $\square$0 $\square$1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

justification des intégrabilités .... $\square$0 $\square$1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

13)b) $\sin \in E_1$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

$\sin \notin E_2$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

.... $\square$0 $\square$1

.... $\square$0 $\square$1

.... $\square$0 $\square$1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh}u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soir) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .. ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh}u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u = 1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ 0 1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ 0 1 2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ 0 1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm 0 1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ 0 1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ 0 1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ 0 1 2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge 0 1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ 0 1

rappel des autres hypothèses 0 1

9)d) $J = \pi^2/8$ 0 1

justification 0 1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ 0 1 2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ 0 1 2 3

10)c) Justification cdv 0 1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ 0 1

10)d) $I = 4J$ 0 1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ 0 1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ 0 1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ 0 1

$g \to_0 0$ 0 1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ 0 1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ 0 1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ 0 1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ 0 1 2

justification des intégrabilités 0 1

12)a) $E_2 \subset E_1$ 0 1 2

13)b) $\sin \in E_1$ 0 1 2

$\sin \notin E_2$ 0 1 2 3

.... 0 1

.... 0 1

.... 0 1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1, +\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0, \frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2}, 1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k} \ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k} \ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh}u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int(f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x \to +\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ …… ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ …… ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ …… ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ …… ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm …… ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ …… ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ …… ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ …… ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ …… ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge …… ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ …… ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses …… ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ …… ☐0 ☐1

justification …… ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ …… ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ …… ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv …… ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ …… ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ …… ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ …… ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ …… ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ …… ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ …… ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ …… ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ …… ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ …… ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ …… ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités …… ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ …… ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ …… ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ …… ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

…… ☐0 ☐1

…… ☐0 ☐1

…… ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \operatorname{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\operatorname{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... $\square 0$ $\square 1$

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square 0$ $\square 1$

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... $\square 0$ $\square 1$

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... $\square 0$ $\square 1$

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... $\square 0$ $\square 1$

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... $\square 0$ $\square 1$

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square 0$ $\square 1$

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... $\square 0$ $\square 1$

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... $\square 0$ $\square 1$

rappel des autres hypothèses .... $\square 0$ $\square 1$

9)d) $J = \pi^2/8$ .... $\square 0$ $\square 1$

justification .... $\square 0$ $\square 1$

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$ $\square 3$

10)c) Justification cdv .... $\square 0$ $\square 1$

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... $\square 0$ $\square 1$

10)d) $I = 4J$ .... $\square 0$ $\square 1$

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... $\square 0$ $\square 1$

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... $\square 0$ $\square 1$

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... $\square 0$ $\square 1$

$g \to_0 0$ .... $\square 0$ $\square 1$

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... $\square 0$ $\square 1$

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... $\square 0$ $\square 1$

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... $\square 0$ $\square 1$

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

justification des intégrabilités .... $\square 0$ $\square 1$

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

13)b) $\sin \in E_1$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$

$\sin \notin E_2$ .... $\square 0$ $\square 1$ $\square 2$ $\square 3$

.... $\square 0$ $\square 1$

.... $\square 0$ $\square 1$

.... $\square 0$ $\square 1$

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... □0 □1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... □0 □1 □2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... □0 □1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... □0 □1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... □0 □1 □2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... □0 □1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... □0 □1

rappel des autres hypothèses .... □0 □1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... □0 □1

justification .... □0 □1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... □0 □1 □2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... □0 □1 □2 □3

10)c) Justification cdv .... □0 □1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... □0 □1

10)d) $I = 4J$ .... □0 □1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... □0 □1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... □0 □1

$g \to_0 0$ .... □0 □1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... □0 □1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... □0 □1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... □0 □1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... □0 □1 □2

justification des intégrabilités .... □0 □1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... □0 □1 □2

13)b) $\sin \in E_1$ .... □0 □1 □2

$\sin \notin E_2$ .... □0 □1 □2 □3

.... □0 □1

.... □0 □1

.... □0 □1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \frac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u = 1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0, \frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2}, 1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k} \ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k} \ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soir) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ 0 1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ 0 1 2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ 0 1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm 0 1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ 0 1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ 0 1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ 0 1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ 0 1 2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge 0 1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ 0 1

rappel des autres hypothèses 0 1

9)d) $J = \pi^2/8$ 0 1

justification 0 1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ 0 1 2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ 0 1 2 3

10)c) Justification cdv 0 1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh}u}$ 0 1

10)d) $I = 4J$ 0 1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ 0 1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ 0 1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ 0 1

$g \to_0 0$ 0 1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ 0 1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ 0 1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ 0 1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ 0 1 2

justification des intégrabilités 0 1

12)a) $E_2 \subset E_1$ 0 1 2

13)b) $\sin \in E_1$ 0 1 2

$\sin \notin E_2$ 0 1 2 3

.... 0 1

.... 0 1

.... 0 1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... $\square$0 $\square$1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... $\square$0 $\square$1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... $\square$0 $\square$1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... $\square$0 $\square$1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... $\square$0 $\square$1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... $\square$0 $\square$1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... $\square$0 $\square$1

rappel des autres hypothèses .... $\square$0 $\square$1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... $\square$0 $\square$1

justification .... $\square$0 $\square$1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

10)c) Justification cdv .... $\square$0 $\square$1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... $\square$0 $\square$1

10)d) $I = 4J$ .... $\square$0 $\square$1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... $\square$0 $\square$1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... $\square$0 $\square$1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... $\square$0 $\square$1

$g \to_0 0$ .... $\square$0 $\square$1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... $\square$0 $\square$1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... $\square$0 $\square$1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... $\square$0 $\square$1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

justification des intégrabilités .... $\square$0 $\square$1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

13)b) $\sin \in E_1$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2

$\sin \notin E_2$ .... $\square$0 $\square$1 $\square$2 $\square$3

.... $\square$0 $\square$1

.... $\square$0 $\square$1

.... $\square$0 $\square$1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... □0 □1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... □0 □1 □2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... □0 □1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... □0 □1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... □0 □1 □2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... □0 □1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... □0 □1

rappel des autres hypothèses .... □0 □1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... □0 □1

justification .... □0 □1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... □0 □1 □2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... □0 □1 □2 □3

10)c) Justification cdv .... □0 □1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... □0 □1

10)d) $I = 4J$ .... □0 □1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... □0 □1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... □0 □1

$g \to_0 0$ .... □0 □1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... □0 □1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... □0 □1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... □0 □1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... □0 □1 □2

justification des intégrabilités .... □0 □1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... □0 □1 □2

13)b) $\sin \in E_1$ .... □0 □1 □2

$\sin \notin E_2$ .... □0 □1 □2 □3

.... □0 □1

.... □0 □1

.... □0 □1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+}\varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi\ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... □0 □1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... □0 □1 □2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... □0 □1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... □0 □1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... □0 □1 □2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... □0 □1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... □0 □1

rappel des autres hypothèses .... □0 □1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... □0 □1

justification .... □0 □1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... □0 □1 □2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... □0 □1 □2 □3

10)c) Justification cdv .... □0 □1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... □0 □1

10)d) $I = 4J$ .... □0 □1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... □0 □1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... □0 □1

$g \to_0 0$ .... □0 □1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... □0 □1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... □0 □1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... □0 □1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... □0 □1 □2

justification des intégrabilités .... □0 □1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... □0 □1 □2

13)b) $\sin \in E_1$ .... □0 □1 □2

$\sin \notin E_2$ .... □0 □1 □2 □3

.... □0 □1

.... □0 □1

.... □0 □1

Nom :

DS 2

Soin) .... □0 □1 □2 □3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ □0 □1 □2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... □0 □1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... □0 □1

et $1/\ln$ positive .... □0 □1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... □0 □1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... □0 □1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... □0 □1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2 □3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ..... □0 □1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... □0 □1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... □0 □1 □2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... □0 □1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. □0 □1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... □0 □1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u = 1$) $f \in E_2$ .... □0 □1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... □0 □1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... □0 □1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... □0 □1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... □0 □1

intégrabilité du majorant .... □0 □1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... □0 □1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... □0 □1

pas simplifiée .... □0 □-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... □0 □1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... □0 □1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... □0 □-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... □0 □1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... □0 □1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... □0 □1

5)b) TFA .... □0 □1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... □0 □1

$C = 0$ .... □0 □1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... □0 □1 □2 □3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... □0 □1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... □0 □1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... □0 □1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... □0 □1

et car $f(0) = 0$ .... □0 □1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... □0 □1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .. ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses .... ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... ☐0 ☐1

justification .... ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \text{sh}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv .... ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\text{sh} u}$ .... ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ .... ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ .... ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int (\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités .... ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ .... ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

.... ☐0 ☐1

Nom :

DS 2

Soin) ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)!\frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u=1$) $f \in E_2$ ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée ☐0 ☐1

pas simplifiée ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x=0$ ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ ☐0 ☐1

5)b) TFA ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ ☐0 ☐1

$C = 0$ ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ .... □0 □1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ .... □0 □1 □2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... □0 □1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm .... □0 □1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ .... □0 □1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ .... □0 □1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ .... □0 □1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ .... □0 □1 □2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge .... □0 □1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ .... □0 □1

rappel des autres hypothèses .... □0 □1

9)d) $J = \pi^2/8$ .... □0 □1

justification .... □0 □1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ .... □0 □1 □2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ .... □0 □1 □2 □3

10)c) Justification cdv .... □0 □1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ .... □0 □1

10)d) $I = 4J$ .... □0 □1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ .... □0 □1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ .... □0 □1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ .... □0 □1

$g \to_0 0$ .... □0 □1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ .... □0 □1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ .... □0 □1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ .... □0 □1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ .... □0 □1 □2

justification des intégrabilités .... □0 □1

12)a) $E_2 \subset E_1$ .... □0 □1 □2

13)b) $\sin \in E_1$ .... □0 □1 □2

$\sin \notin E_2$ .... □0 □1 □2 □3

.... □0 □1

.... □0 □1

.... □0 □1

Nom :

DS 2

Soin) .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

---

1)a) IPP : $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt = \frac{x}{\ln x} + c_0 + \int_2^x g_0$; $c_0 = -\frac{2}{\ln 2}$; $g_0(t) = \frac{1}{(\ln t)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

1)b) $R_0 = o_\infty(\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt)$ car $\int_2^x \frac{1}{\ln t}dt$ diverge .... ☐0 ☐1

et $\frac{1}{(\ln t)^2} = o(\frac{1}{\ln t})$ .... ☐0 ☐1

et $1/\ln$ positive .... ☐0 ☐1

1)c) $R_0 \sim_\infty \frac{x}{\ln x}$ .... ☐0 ☐1

car $\int \frac{1}{\ln t} - R_0 \sim \int \frac{1}{\ln t}$ .... ☐0 ☐1

et $c_0 = o(\frac{x}{\ln x})$ .... ☐0 ☐1

2)a) $c_n = -2\sum_0^n \frac{k!}{(\ln 2)^{k+1}}$ et $g_n(t) = \frac{(n+1)!}{(\ln t)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

2)b)) $R_{n+1} = o(R_n)$ car $1/\ln^{n+2} \geqslant 0$ et $1/ln^{n+3} = o_\infty(1/\ln^{n+2}$ .... ☐0 ☐1

et car $1/ln^{n+2}$ non intégrable en ∞ .... ☐0 ☐1

2)c) $R_n \sim (n+1)! \frac{x}{(\ln x)^{n+2}}$ .... ☐0 ☐1 ☐2

2)d) $\int_2^x \frac{1}{\ln t} = \sum_{k=0}^n \frac{k!x}{(\ln x)^{k+1}} + o_{x\to+\infty}(\frac{x}{(\ln x)^{n+1}})$ .... ☐0 ☐1

---

1) $\arctan \in E_1$ car s'annule en 0 et $\mathcal{C}^1$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ cpm .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $(\frac{\arctan t}{t})^2$ integrable sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

2) $H_u : t \mapsto \frac{1}{(t^2+1)(t^2+u)}$ intégrable sur $[0,\infty[$ car continue sur $[0,\infty[$ .. ☐0 ☐1

et $\sim_\infty 1/t^4$ donc integrable sur $[1,\infty[$ .... ☐0 ☐1

$f' = \frac{1}{1+t^2}$ donc (avec $u = 1$) $f \in E_2$ .... ☐0 ☐1

3)a) $\varphi(u) \to \varphi(1)$ en 1^+ car $t \mapsto H_u(t)$ cpm sur $[0,\infty[$ .... ☐0 ☐1

et $H_u(t) \to H_1(t)$ .... ☐0 ☐1

majoration indépendante de u par $H_1(t)$ ou $\frac{1}{1+t^2}$ .... ☐0 ☐1

penser aux valeurs absolues (ou fonction positive) .... ☐0 ☐1

intégrabilité du majorant .... ☐0 ☐1

3)b) $\frac{1}{(T+1)(T+u^2)} = \frac{1}{u^2-1}(\frac{1}{T+1} - \frac{1}{T+u^2})$ .... ☐0 ☐1

3)c) $\varphi(x) = \frac{\pi}{2x(x+1)}$ pour $x \neq 1$ bien simplifiée .... ☐0 ☐1

pas simplifiée .... ☐0 ☐-1

3)d) $N_2(f)^2 = \lim_{1^+} \varphi$, citer 3.a .... ☐0 ☐1

$N_2(f) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ .... ☐0 ☐1

4) $G_x : t \mapsto \frac{\arctan(xt)}{t(t^2+1)}$ intégrable sur $]0,\infty[$ car cpm .... ☐0 ☐1

et $\sim_0 x$ donc intégrable sur $]0,1]$ .... ☐0 ☐1

et $O_\infty(1/t^3)$ sur $[1,+\infty[$ .... ☐0 ☐1

équivalent en ∞ faux quand $x = 0$ .... ☐0 ☐-1

5)a) $x \neq 0$; $\theta'(x) = \frac{1}{x^2}\varphi(\frac{1}{x})$ ou $x\varphi(x)$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(x) = \frac{\pi}{2(x+1)}$ .... ☐0 ☐1

$\theta'(0) = \frac{\pi}{2}$ .... ☐0 ☐1

5)b) TFA .... ☐0 ☐1

$\theta(x) = \frac{\pi}{2}\ln(1+x) + C$ .... ☐0 ☐1

$C = 0$ .... ☐0 ☐1

5)c) $N_1^2(f) = 2\theta(1)$ par IPP .... ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

5)d) $N_1(f) = \sqrt{\pi \ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = 2\sqrt{\ln(2)}$ .... ☐0 ☐1

---

6) $f'(t) = \frac{1+\frac{t}{\sqrt{}}}{t+\sqrt{}}$ .... ☐0 ☐1

$f'(t) = 1/(\sqrt{t^2+1})$ .... ☐0 ☐1

$f \in E_1$ car $f \in C^1([0,+\infty[)$ .... ☐0 ☐1

et car $f(0) = 0$ .... ☐0 ☐1

et car $\int f'^2$ cv, $N_2(f) = \sqrt{\pi/2}$ .... ☐0 ☐1

7) $f(t) \sim_0 t$ ☐0 ☐1

$f(t) \sim_\infty \ln t$ ☐0 ☐1 ☐2

8) $f \in E_1$ car $t \mapsto (\frac{f(t)}{t})^2 \sim_0 1$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

et $\sim_\infty \frac{\ln^2 t}{t^2}$ integrable sur $[1,+\infty[$ ☐0 ☐1

9)a) $-\ln t/(1-t^2)$ intégrable sur $]0,1[$ car cpm ☐0 ☐1

et $\sim_0 -\ln t = 0(1/\sqrt{t})$ integrable sur $]0,\frac{1}{2}]$ ☐0 ☐1

et $\sim_1 -(t-1)/(1-t^2) = 1/(t+1) \sim_1 1/2$ integrable sur $[\frac{1}{2},1[$ ☐0 ☐1

9)b) $-t^{2k}\ln t$ integrable sur $]0,1]$ ☐0 ☐1

$\int = \frac{1}{(2k+1)^2}$ ☐0 ☐1 ☐2

9)c) $J = \sum_0^\infty \int$ car $\sum \int |.|$ converge ☐0 ☐1

et $\sum -t^{2k}\ln t = -\frac{\ln t}{1-t^2}$ ☐0 ☐1

rappel des autres hypothèses ☐0 ☐1

9)d) $J = \pi^2/8$ ☐0 ☐1

justification ☐0 ☐1

10)a) $I = 2\int \dfrac{f(t)}{t\sqrt{t^2+1}}$ ☐0 ☐1 ☐2

10)b) f bijective de $\mathbb{R}_+^*$ dans $\mathbb{R}_+^*$; $f^{-1} = \mathrm{sh}$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

10)c) Justification cdv ☐0 ☐1

$I = 2\int \frac{u}{\mathrm{sh} u}$ ☐0 ☐1

10)d) $I = 4J$ ☐0 ☐1

$N_1(f) = \pi/\sqrt{2}$ ☐0 ☐1

$\frac{N_1(f)}{N_2(f)} = \sqrt{\pi}$ ☐0 ☐1

---

11)a) $h \to_0 \alpha$ ☐0 ☐1

$g \to_0 0$ ☐0 ☐1

11)b) $f'(t) - \sqrt{t}g'(t) = h(t)/2$ ☐0 ☐1

11)c) $\sqrt{t}g'(t) \to_0 \alpha/2$ ☐0 ☐1

$gg' \to_0 \alpha^2/2$ ☐0 ☐1

11)d) $\int (f')^2 = g^2/2 + \int(\sqrt{t}g')^2 + \frac{1}{4}\int h^2$ ☐0 ☐1 ☐2

justification des intégrabilités ☐0 ☐1

12)a) $E_2 \subset E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

13)b) $\sin \in E_1$ ☐0 ☐1 ☐2

$\sin \notin E_2$ ☐0 ☐1 ☐2 ☐3

☐0 ☐1

☐0 ☐1

☐0 ☐1