

Semaine 08 - du 15 au 19 novembre**Réduction des endomorphismes II**

Polynôme caractéristique d'une matrice

Reprise du programme précédent

Matrices et endomorphismes trigonalisables

Définitions et exemples.

Interprétation géométrique.

Un endomorphisme / une matrice est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.

Cas des matrices complexes ; des endomorphismes sur un \mathbf{C} -espace vectoriel.

Plus grande valeurs propres par puissances itérées

Matrices et endomorphismes nilpotents

Définitions et exemples.

Caractérisation

Polynômes de matrices et d'endomorphismes

Définition de $P(u)$ et $P(A)$ pour $P \in \mathbf{K}[X]$ et $u \in \mathcal{L}(E)$, $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{K})$.

Morphismes d'algèbres $\Phi_u : P \mapsto P(u)$ et $\Phi_A : P \mapsto P(A)$.

Idéal d'un anneau commutatif

Définition

Si I et J sont des idéaux, $I \cap J$ et $I + J$ sont des idéaux

Idéaux principaux

Arithmétique - Rappels

Tous les idéaux de \mathbb{Z} et $\mathbb{K}[X]$ sont principaux

Définition du PGCD, du PPCM

Propriétés du PGCD : algorithme d'Euclide, relation de Bézout

PGCD de n polynômes

Polynômes annulateurs

Idéal des polynômes annulateurs d'une endomorphisme, d'une matrice.

Polynôme minimal

Si $P(A) = 0$ et $\lambda \in \text{Sp}(A)$ alors $P(\lambda) = 0$.

Théorème de Cayley-Hamilton : $\chi_A(A) = 0$.