

Semaine 22 - du 21 au 25 marsCalcul différentiel

Intégrales à paramètres

Reprise du programme précédent

Dérivées partielles et différentielle

Dérivées selon un vecteur

Dérivées partielles par rapport à une base de E

Soit $f : U \rightarrow F$ (où U est un ouvert de E avec E et F espaces vectoriels de dimension finie) et $a \in U$, elle est dite différentiable en a s'il existe une application linéaire (nécessairement unique) notée df_a telle que

$$f(a + h) = f(a) + df_a(h) + o(h)$$

Application différentielle : $df : a \mapsto df_a(h)$

Notation $df_a.h$

Expression de la différentielle dans une base à l'aide des dérivées partielles : $df = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} dx_i$

Matrice jacobienne

Applications de classe \mathcal{C}^1

Une application f est de classe \mathcal{C}^1 si elle est différentiable et que sa différentielle df est continue.

Une application est de classe \mathcal{C}^1 si et seulement si elle admet des dérivées partielles (par rapport à une base) continues.

Opérations sur les applications différentiables

Combinaisons linéaires

Différentiabilité de $B(f, g)$ où f et g sont différentiables et B bilinéaire

Différentiabilité d'une composée de fonctions différentiables : règle de la chaîne