

Semaine 14 - du 9 au 13 janvier**Séries entières**

Séries entières

Définition

Lemme d'Abel

Rayon de convergence d'une série entière : la série converge dans le disque ouvert et diverge en dehors du disque fermé.

Application de la méthode de D'Alembert à la recherche du rayon de convergence.

Comparaisons et opérations

Si $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ sont deux séries entières et que $a_n = O(b_n)$ alors $R_a \geq R_b$.

Si $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ sont deux séries entières et que $a_n \sim b_n$ alors $R_a = R_b$.

Rayon de convergence d'une somme de séries entières (cas où les rayons de convergence sont égaux et cas où ils sont différents)

Produit de Cauchy de deux séries entières

Convergence normale et continuité

Une série entière converge normalement sur tout disque fermé inclus dans le disque ouvert de convergence

La somme d'une série entière est continue sur le disque ouvert de convergence

Théorème d'Abel radial

Etude de la somme (variable réelle) d'une série entière

Primitivation

Dérivation et caractère $\mathcal{C}^\infty$

Si $R > 0$ la somme est égale à sa série de Taylor.

Unicité du développement en série entière

Fonctions développables en série entière

Définition

Fonctions usuelles

Exemples de calculs

Équations différentielles

Rappel du programme de première année

Applications des séries entières aux équations différentielles