Semaine 20 - du 6 au 10 mars

Endomorphismes autoadjoints et théorème spectral

Endomorphismes autoadjoints

Définition d'un endomorphisme autoadjoint (ou symétrique). Espace $\mathscr{S}(E)$.
Un projecteur est symétrique si et seulement s'il est orthogonal
Si $\mathscr{B}$ est une base orthonormée, u est symétrique si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ est symétrique.
Dimension de $\mathscr{S}(E)$.
Théorème spectral : Tout endomorphisme symétrique est diagonalisable en base orthonormale.
Théorème spectral : écriture matricielle

Endomorphismes autoadjoints positifs ; définis positifs

Définition des endomorphismes autoadjoints positifs ; définis positifs. Notation $S^+(E)$, $S^{++}(E)$.
Définition des matrices symétriques réelles positives ; définies positives. Notation $S_n^+(\mathbf{R})$, $S_n^{++}(\mathbf{R})$.
Caractérisation spectrale :
pour $u \in S(E)$, $u \in S^+(E)$ (resp. $u \in S^{++}(E)$) si et seulement si $\mathrm{Sp}(u) \subset \mathbf{R}_+$ (resp. $\mathrm{Sp}(u) \subset \mathbf{R}_+^*$)