

Table des matières

1	Séries numériques	7
1	Généralités	8
2	Séries de référence	13
3	Séries à termes positifs	17
4	Séries absolument convergentes	24
5	Comparaison séries - intégrales	28
6	Séries alternées	31
7	Sommation des relations de comparaison pour les séries à termes positifs	33
2	Algèbre linéaire et éléments propres	39
1	Rappels	39
2	Rappels sur les matrices	45
3	Formes linéaires et hyperplans	47
4	Compléments en algèbre linéaire	51
5	Éléments propres d'un endomorphisme	60
6	Éléments propres d'une matrice	65
3	Intégration	71
1	Intégrale généralisée sur un intervalle de la forme $[a, +\infty[$	73
2	Intégration sur un intervalle quelconque	84
3	Les théorèmes de Lebesgue	99
4	Polynôme caractéristique et réduction	107
1	Polynôme caractéristique	107
2	Matrices et endomorphismes trigonalisables	114
3	Matrices et endomorphismes nilpotents	120

5	Suites et séries de fonctions	123
1	Suites de fonctions	123
2	Continuité et double limite	132
3	Intégration et dérivation	136
4	Séries de fonctions	141
6	Dénombrabilité et familles sommables	152
1	Ensembles dénombrables	152
2	Familles sommables	158
7	Probabilités	173
1	Espaces probabilisés	173
2	Propriétés élémentaires des probabilités	177
3	Indépendance et probabilités conditionnelles	181
4	Variables aléatoires discrètes	186
5	Lois usuelles	196
8	Polynôme minimal et réduction	201
1	Algèbres	202
2	Polynômes d'endomorphismes et de matrices	204
3	Compléments d'algèbre	208
4	Polynômes annulateurs	217
5	Critère de diagonalisabilité	224
6	Compléments et applications	232
9	Espaces vectoriels normés I	237
1	Normes	238
2	Exemple de normes équivalentes	251
3	Suites à valeurs dans un espace vectoriel normé	254
4	Séries à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie	262
5	Applications linéaires lipschitziennes	264
10	Séries entières	269
1	Généralités et rayon de convergence	269
2	Étude de la somme d'une série entière	278
3	Fonctions développables en séries entières	283
4	Utilisation des séries entières dans l'étude des équations différentielles	285
11	Espaces préhilbertiens réels I	294
1	Rappels	294
2	Adjoint d'un endomorphisme	301

3	Matrices orthogonales	304
4	Isométries vectorielles d'un espace euclidien	309
12	Probabilités II	322
1	Espérance d'une variable aléatoire discrète	322
2	Variance et écart type d'une variable aléatoire réelle	331
3	Inégalités probabilistes et loi des grands nombres	338
4	Fonctions génératrices	342
13	Espaces vectoriels normés II	346
1	Topologie d'un espace vectoriel normé	347
2	Limite d'une application	361
3	Applications linéaires lipschitziennes	365
4	Continuité	370
5	Parties compactes d'un espace vectoriel normé	379
6	Espaces vectoriels de dimension finie	383
7	Séries à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie	387
8	Parties connexes par arcs	390
14	Espaces préhilbertiens réels 2	394
1	Endomorphismes autoadjoints d'un espace euclidien	394
2	Endomorphismes autoadjoints positifs, définis positifs	399
15	Fonctions à valeurs vectorielles	403
1	Dérivabilité	403
2	Intégration sur un segment	410
3	Intégrale fonction de sa borne supérieure	414
4	Formules de Taylor	415
5	Suites et séries de fonctions à valeurs vectorielles	417
16	Équations différentielles linéaires	424
1	Généralités	424
2	Théorème de Cauchy linéaire	430
3	Équations différentielles à coefficients constants	435
4	Equations différentielles scalaires du second ordre	441
17	Intégrales à paramètres	448
1	Théorèmes généraux	448
2	Exemples	457

18	Calcul différentiel	458
1	Différentielle et dérivées partielles	459
2	Opérations sur les applications différentiables et les applications de classe \mathcal{C}^1	472
3	Dérivée le long d'un arc	480
4	Fonctions de classe \mathcal{C}^k	486
5	Exemple d'équations aux dérivées partielles	491
6	Optimisation	493
19	Algèbre générale	502
1	Groupes	502
2	Groupes monogènes	510
3	Ordre d'un élément	515
4	Anneaux	520
5	L'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$	525
6	Factorisation des polynômes de $\mathbb{K}[X]$	537