Nom :

Interrogation 2

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

On note a l'endomorphisme canoniquement associé à A.

1. Déterminer les deux valeurs propres de A. On les notera $\lambda_1 < \lambda_2$.

- Valeur de λ_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de λ_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

2. Soit $u_1 = (1, y_1, z_1)$ et $u_2 = (1, y_2, z_2)$ tels que $E_{\lambda_1}(a) = \mathrm{Vect}(u_1)$ et $E_{\lambda_2}(a) = \mathrm{Vect}(u_2)$.

- Valeur de y_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de z_1 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de y_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de z_2 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

3. La matrice A est-elle diagonalisable ?

.... ☐ Oui ☐ Non

4. Déterminer le vecteur $u_3 = (x_3, y_3, 1)$ tel que $(a - \mathrm{id})(u_3) = (1, 0, 1)$.

- Valeur de x_3 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9
- Valeur de y_3 ☐+ ☐− ☐0 ☐1 ☐2 ☐3 ☐4 ☐5 ☐6 ☐7 ☐8 ☐9

5. On admet que (u_1, u_2, u_3) est une base de $\mathbb{R}^3$. Donner la matrice a dans cette base

.... ☐ bonne ☐ mauvaise

Bonus : Soit $n \geqslant 2$. Soit $M \in \mathscr{M}(\mathbf{K})$ une matrice de rang 1. On suppose que $\mathrm{tr}(M) \neq 0$. Justifier que M est diagonalisable.

On pourra utiliser qu'il existe des vecteurs colonnes non nuls $X, Y \in \mathscr{M}_{n,1}(\mathbf{K})$ tels que $M = XY^\top$.

Répondre au dos

.... ☐ 1 ☐ 2 ☐ 4