

Semaine 14 - du 12 au 16 janvier**Espaces préhilbertiens réels**

Espaces préhilbertiens - Rappel du cours de 1ère année

Définition, exemples

Orthogonal d'un sous-espace.

Procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Si F est un sous-espace vectoriel de dimension finie d'un espace préhilbertien E , F et F^\perp sont supplémentaires.

On appelle projection orthogonale p_F la projection sur F parallèlement à F^\perp .

Expression du projeté orthogonal à l'aide d'une base orthonormée de F

Distance à sous-espace vectoriel de dimension finie

Adjoint d'un endomorphisme

Représentation des formes linéaires d'un espace euclidien

Définition de l'adjoint d'un endomorphisme

Linéarité de $u \mapsto u^*$, adjoint d'une composée, $(u^*)^* = u$

Matrice de l'adjoint dans une base orthonormée

Si F est stable par u alors F^\perp est stable par u^*

Matrices orthogonales

Définition

Groupe orthogonal $O_n(\mathbf{R})$

Les matrices orthogonales sont les matrices de changement de bases entre bases orthonormées

Orientation d'un espace vectoriel, produit mixte, groupe $SO_n(\mathbf{R})$

Isométries vectorielles (Automorphismes orthogonaux)

Définition d'une isométrie vectorielle

Préservation du produit scalaire par une isométrie vectorielle

Les isométries vectorielles sont des automorphismes

Groupe $O(E)$

Isométries vectorielles directes, groupe $SO(E)$

Réduction des isométries vectorielles

Description de $O_2(\mathbf{R})$ et de $SO_2(\mathbf{R})$

Réduction des isométries vectorielles

Cas particulier des isométries directes de \mathbf{R}^3

La réduction des isométries vectorielles n'a été traitée que vendredi après-midi, il faut éviter les exercices sur ce sujet en colles les lundi et mardi; de même, le cas particulier des rotations de \mathbf{R}^3 ne sera fait que mercredi 14 janvier.