**Interrogation 2**

Algèbre linéaire

MP2 – 2026/2027

Nom, prénom :

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -4 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ et on note a l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associé à A .

A. Éléments propres et diagonalisation de A

14 pts

La matrice A admet exactement deux valeurs propres réelles, notées $\lambda_1 < \lambda_2$. Les reporter ci-dessous.

1. Valeur de λ_1 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Valeur de λ_2 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Les sous-espaces propres de a sont des droites vectorielles. On note $u_1 = (1, y_1, z_1)$ et $u_2 = (1, y_2, z_2)$ les vecteurs tels que $E_{\lambda_1}(a) = \text{Vect}(u_1)$ et $E_{\lambda_2}(a) = \text{Vect}(u_2)$.

3. Valeur de y_1 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

4. Valeur de z_1 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

5. Valeur de y_2 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

6. Valeur de z_2 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

7. La matrice A est-elle diagonalisable dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$? ☐ Oui ☐ Non

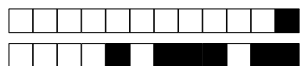
B. Réduction de A

4 pts

Déterminer les coordonnées de $u_3 = (1, y_3, z_3)$ pour que $(a - \text{id})(u_3) = (1, -1, 0)$.

8. Valeur de y_3 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

9. Valeur de z_3 + | - | 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



C. Question rédigée

5 pts

10. Justifier que $\mathcal{B} = (u_1, u_2, u_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$, puis déterminer la matrice de a dans cette base.

☐ 0 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 5 Correcteur

D. Bonus

11. Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. Cocher les affirmations *vraies*.

- ☐ Si M admet n valeurs propres distinctes, alors M est diagonalisable.
- ☐ Si M est diagonalisable, alors M est inversible.
- ☐ Si $M^2 = M$, alors M est diagonalisable.