

Table des matières

1	Séries numériques	7
1	Généralités	8
2	Séries de référence	13
3	Séries à termes positifs	17
4	Séries absolument convergentes	24
5	Comparaison séries - intégrales	28
6	Séries alternées	31
7	Somation des relations de comparaison pour les séries à termes positifs	33
2	Algèbre linéaire et éléments propres	40
1	Rappels	40
2	Rappels sur les matrices	46
3	Formes linéaires et hyperplans	48
4	Compléments en algèbre linéaire	52
5	Éléments propres d'un endomorphisme	61
6	Éléments propres d'une matrice	66
3	Intégration	72
1	Intégrale généralisée sur un intervalle de la forme $[a, +\infty[$	74
2	Intégration sur un intervalle quelconque	85
3	Les théorèmes de Lebesgue	100
4	Polynôme caractéristique et réduction	109
1	Polynôme caractéristique	109
2	Matrices et endomorphismes trigonalisables	116
3	Matrices et endomorphismes nilpotents	122

5	Suites et séries de fonctions	125
1	Suites de fonctions	125
2	Continuité et double limite	134
3	Intégration et dérivation	138
4	Séries de fonctions	143
6	Dénombrabilité et familles sommables	154
1	Ensembles dénombrables	154
2	Familles sommables	160
7	Algèbre générale	179
1	Groupes	180
2	Groupes monogènes	187
3	Ordre d'un élément	192
4	Anneaux	197
5	Algèbres	205
6	Arithmétique dans un anneau intègre	208
7	L'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$	214
8	Factorisation des polynômes de $K[X]$	225
8	Probabilités	228
1	Espaces probabilisés	228
2	Propriétés élémentaires des probabilités	232
3	Indépendance et probabilités conditionnelles	236
4	Variables aléatoires discrètes	241
5	Lois usuelles	251
9	Polynôme minimal et réduction	256
1	Polynômes d'endomorphismes et de matrices	256
2	Polynômes annulateurs	260
3	Critère de diagonalisabilité	267
4	Compléments et applications	274
10	Espaces vectoriels normés I	280
1	Normes	281
2	Exemple de normes équivalentes	294
3	Suites à valeurs dans un espace vectoriel normé	297
4	Séries à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie	305
5	Applications linéaires lipschitziennes	307

11	Séries entières	313
1	Généralités et rayon de convergence	313
2	Étude de la somme d'une série entière	322
3	Fonctions développables en séries entières	327
4	Utilisation des séries entières dans l'étude des équations différentielles	329
12	Espaces préhilbertiens réels I	338
1	Rappels	338
2	Adjoint d'un endomorphisme	345
3	Matrices orthogonales	348
4	Isométries vectorielles d'un espace euclidien	353
13	Probabilités II	366
1	Espérance d'une variable aléatoire discrète	366
2	Variance et écart type d'une variable aléatoire réelle	375
3	Inégalités probabilistes et loi des grands nombres	382
4	Fonctions génératrices	386
14	Espaces vectoriels normés II	390
1	Topologie d'un espace vectoriel normé	391
2	Limite d'une application	405
3	Continuité	410
4	Parties compactes d'un espace vectoriel normé	420
5	Espaces vectoriels de dimension finie	424
6	Séries à valeurs dans un espace vectoriel de dimension finie	428
7	Parties connexes par arcs	433
15	Espaces préhilbertiens réels 2	437
1	Endomorphismes autoadjoints d'un espace euclidien	437
2	Endomorphismes autoadjoints positifs, définis positifs	442
16	Fonctions à valeurs vectorielles	446
1	Dérivabilité	446
2	Intégration sur un segment	453
3	Intégrale fonction de sa borne supérieure	457
4	Formules de Taylor	458
5	Suites et séries de fonctions à valeurs vectorielles	460
17	Équations différentielles linéaires	467
1	Généralités	467
2	Théorème de Cauchy linéaire	473

3	Équations différentielles à coefficients constants	478
4	Equations différentielles scalaires du second ordre	484
18	Intégrales à paramètres	491
1	Théorèmes généraux	491
2	Exemples	500
19	Calcul différentiel	501
1	Différentielle et dérivées partielles	502
2	Opérations sur les applications différentiables et les applications de classe $\mathcal{C}^1$	515
3	Dérivée le long d'un arc	523
4	Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$	529
5	Exemple d'équations aux dérivées partielles	534
6	Optimisation	536