Semaine 05 - du 12 au 16 octobre

Convergence dominée et réduction des endomorphismes

Intégration des relations de comparaison

Sommation des relations de domination, négligeabilité et équivalence : cas des intégrales convergentes et des intégrales divergentes

Théorèmes de Lebesgue

Définition de la convergence simple : cas des suites de fonctions ; cas des séries de fonctions
Théorème de convergence dominée
Théorème d'intégration terme à terme (cas positif et cas général)

Polynôme caractéristique d'une matrice

Définition : $\chi_A = \det(XI_n - A)$
Le polynôme caractéristique est unitaire et de degré n.
Coefficients de degré $n-1$ et de degré 0.
Les racines de χ_A sont les valeurs propres de A.
Deux matrices semblables ont le même polynôme caractéristique.

Polynôme caractéristique d'un endomorphisme

Définition ; $\chi_u = \chi_{\mathrm{Mat}(u)}$
Ordre de multiplicité d'une valeur propre.

Calculs de polynômes caractéristiques

Cas des matrices triangulaires ; des matrices triangulaires par blocs
Le polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit divise le polynôme caractéristique.
La dimension des espaces propres est au plus égal à la multiplicité : caractérisation des endomorphismes et des matrices diagonalisables.

Matrices et endomorphismes trigonalisables

Définitions et exemples. Interprétation géométrique.
Un endomorphisme / une matrice est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.
Cas des matrices complexes ; des endomorphismes sur un $\mathbf{C}$-espace vectoriel.

Matrices et endomorphismes nilpotents

Définitions et exemples.
Caractérisation