**Interrogation 5**

Réduction

MP2 – 2026/2027

Nom, prénom :

A. Calculs

6 pts

Pour chaque question, la réponse est un entier compris entre -9 et 9 ; la reporter dans la grille.

Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. On écrit $\chi_A = X^3 + aX^2 + bX + c$.

1. Valeur de a

	+	
	-	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

2. Valeur de b

	+	
	-	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

3. Valeur de c

	+	
	-	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

Le nombre 2 est valeur propre de A . On note E_2 le sous-espace propre associé.

4. Multiplicité de 2

	+	
	-	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

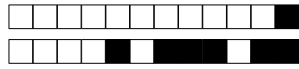
5. $\dim E_2(A)$

	+	
	-	
	0	
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	

B. Vrai ou faux

8 pts

6. Soit $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ telle que $\chi_A = X^2 + 1$. A est-elle trigonalisable dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$?☐ Oui☐ Non7. Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $\chi_A = X^3 - X^2 - X + 1$. A est-elle trigonalisable dans $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$?☐ Oui☐ Non8. Soit E un $\mathbb{C}$ -espace vectoriel de dimension $n \geq 1$ et $u \in \mathcal{L}(E)$. Cocher les affirmations *vraies*.☐ Si u est nilpotent, alors $\chi_u = X^n$.☐ Si χ_u est scindé, alors u est nilpotent.☐ Deux endomorphismes de E ayant le même polynôme caractéristique sont semblables (ils ont la même matrice dans des bases bien choisies).☐ Si 0 est la seule valeur propre de u , alors u est nilpotent.



C. Question rédigée

5 pts

9. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ et $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ ses valeurs propres complexes, comptées avec multiplicité.

1. Justifier que $\text{tr}(A^k) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^k$ pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.
2. Montrer que si A est nilpotente, alors $\text{tr}(A^k) = 0$ pour tout $k \in \mathbb{N}^*$.

☐ 0 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 5 Correcteur